

ارائه یک طرح فیلتر فازی برای افزایش کیفیت تصاویر مخدوش و نویزدار

مصطفی عبدالهیان دهکردی^۱، مهدی محمدی^۲

^۱ عضو هیأت علمی دانشکده فنی پسران شهرکرد، دانشگاه فنی و حرفه‌ای شهرکرد، ایران.

^۲ دانشجوی کارشناسی گروه مهندسی کامپیوتر، آموزشکده فنی و حرفه‌ای پسران شهرکرد، دانشگاه فنی و حرفه‌ای شهرکرد، ایران.

نام نویسنده مسئول:

مهدی محمدی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۵/۲

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۷/۲۲

چکیده

در پردازش تصویر، تشخیص انواع نویز و طراحی فیلتر بسیار مهم است. روش‌های متداول فیلتر کردن برای بازیابی تصویر مانند فیلتر میانه و فیلتر میانگین در بسیاری از موارد موثر نیستند، مانند مواردی که فاقد اطلاعات از انواع نویز است یا مواردی که نویزهای مختلط در تصاویر دارند. در این مقاله یک روش داده کاوی برای تشخیص نوع نویز ایجاد شده و یک طرح فیلتر فازی برای افزایش کیفیت تصاویر مخدوش و نویزدار پیشنهاد شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی از فیلترهای معمولی بهتر عمل می‌کند، به ویژه برای مقابله با تصاویر مخدوش شده ناشی از نویز مختلط افزایشی گوسی و نویز ضربه‌ای.

واژگان کلیدی: تصاویر دیجیتالی، پردازش تصویر، داده کاوری، حذف نویز، فیلتر فازی.

مقدمه

یک تصویر به صورت یک تصویر آنالوگ^۱ نامیده می‌شود اگر نمایش تصویری آن بتواند در فرمت‌های موج آنالوگ نمایش داده شود، در حالی که یک تصویر می‌تواند به عنوان یک تصویر دیجیتالی^۲ معرفی شود که نمایش تصویری آن بتواند در داده‌ها به شکل دیجیتالی نشان داده شود یا ذخیره شود. به همین ترتیب، زمینه پردازش تصویر را می‌توان در پردازش تصویر دیجیتال و پردازش تصویر آنالوگ دسته‌بندی کرد. پردازش تصویر دیجیتال (یا تصویربرداری دیجیتال)، امروزه در حوزه علوم رایانه، به عنوان پردازش تصاویر دیجیتال از طریق برخی الگوریتم‌ها با استفاده از رایانه‌های دیجیتال تعریف می‌شود، در حالی که، پردازش تصویر آنالوگ هر کار پردازش تصویری است که می‌تواند بر روی سیگنال‌های آنالوگ دو بعدی به روش آنالوگ انجام شود [۱،۲].

با ظهور ماشین‌های سریع و ارزان، پردازش تصویر دیجیتال در زمینه مطالعه و تحقیق به شدت مورد تقاضا قرار گرفته‌است. این سیستم راه‌حلی برای کاربردهای مختلف زندگی به روش اقتصادی آرایه می‌دهد. تکنیک‌های مختلفی برای ساخت سیستم‌های هوشمند ساخته شده‌است. بسیاری از آنها در سطح بین‌المللی در مراکز مختلف در حال انجام هستند. آینده پردازش تصویر دیجیتال دارای احتمال بالایی برای کمک به ایجاد دنیای هوشمند و فعال از نظر سلامت، آموزش، دفاع، خانه‌ها، ادارات، شهرها و غیره است [۳].

با توجه به اینکه بهبود کیفیت تصاویر مخدوش اهمیت خیلی زیادی در اکثر حوزه‌های پردازش تصویر، از جمله تجزیه و تحلیل تصاویر، تشخیص لبه‌ها و تشخیص الگو دارد؛ بنابراین حذف نویز در پردازش تصویر دیجیتال بسیار مورد توجه قرار گرفته‌است. تصاویر دیجیتال ممکن است به دلیل انواع گوناگون نویز که به دلایل مختلف ایجاد می‌شود خراب شود از قبیل: عدم ثبات سیگنال، حسگرهای معیوب، خرابی فیزیکی مواد به دلیل فرسودگی، شرایط روشنایی ضعیف، خطاهای انتقال نویز کانال، یا تداخل ناشی از میدان‌های الکترومغناطیسی. در نتیجه، تصاویر دیجیتالی توسط نویز خراب می‌شوند [۴].

به طور کلی، نویزهای مشاهده شده در تصاویر را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: نویزهای افزودنی و ضربی. اشکال اصلی نویز افزودنی، نویز سفید گاوسی و نویز ضربه‌ای است. نویز گاوسی عمدتاً توسط تحریکات حرارتی در دوربین ایجاد می‌شود. نویز ضربه‌ناشی از خطاهای بی‌ثباتی است که در ارتباطات ظاهر می‌شود. به طور کلی دو نوع نشان می‌دهد یعنی نویز ضربه‌ای نمک و فلفل و نویز ضربه‌ای تصادفی. شکل متداول نویز ضربی، نویز پواسون است. این نویز بیشتر توسط فوتون‌های کم مانند میکروسکوپ فلورسانس و توموگرافی انتشار تولید می‌شود [۵].

طی دو دهه گذشته، به منظور سرکوب نویز، تعداد زیادی از تکنیک‌های کاهش نویز در تصاویر ایجاد شده‌است. نویز به عنوان اطلاعات بی‌فایده می‌تواند کیفیت تصویر را به میزان قابل توجهی کاهش دهد. در پردازش تصویر، متداول‌ترین روش‌های نویز ساز، فیلتر میانه و فیلتر میانگین هستند که به ترتیب نمایندگان فیلترهای غیرخطی و فیلترهای خطی هستند. فیلتر میانگین برای جلوگیری از نویز گاوسی مناسب است، و فیلتر میانه برای جلوگیری از نویز ضربه مناسب است. بسیاری از روشهای دیگر که برای ترمیم تصویر ایجاد شده‌اند نیز با هدف از بین بردن نویزهای ضربه‌ای یا یکنواخت تحریک می‌شوند. روشهای تشخیص نوع نویز موجود فقط می‌توانند نویز گاوسی یا نویز نمک و فلفل را شناسایی کنند. با این حال، در بسیاری از کاربردها، یک تصویر اغلب با بیش از یک نوع نویز آلوده شده‌است. انحراف نویزهای مختلط اغلب در بسیاری از محیط‌های پیچیده اتفاق می‌افتد [۶].

توسعه رویکردها برای حذف نویز مختلط در پردازش تصویر بدون تار شدن جزئیات تصویر و یا لبه‌ها مهم است. به طور کلی، تکنیک نویز سازی تصویر یا فیلتر نویز از دو مرحله اصلی تشکیل شده‌است: تشخیص نویز و حذف نویز. در پردازش تصویر، نوع نویز در تصویر مخدوش باید به طور موثر شناسایی شود تا الگوریتم فیلترینگ با انواع نویز تصویر مطابقت داشته باشد. به طور کلی، استفاده از روش فیلترینگ نویز از دو مرحله اصلی تشکیل شده‌است: تشخیص نویز و حذف نویز. در فیلتر

¹ analog image² digital image

نویز، ویژگی‌های اصلی تصویر، مانند لبه‌ها، اندازه و شکل، باید بدون تغییر باقی بمانند. در پردازش تصویر، نوع نویز در تصویر مخدوش شده باید به طور موثر شناسایی شود، تا الگوریتم فیلتر با انواع نویز تصویر مطابقت داشته باشد [۷].

منطق فازی برای مدل سازی مبهم و نامعلوم در سیستم‌های پیچیده با موفقیت توسعه یافته و به پردازش تصویر نیز تعمیم یافته است. در بسیاری از کاربردهای پردازش تصویر مانند بازشناسی اشیا و آنالیز صحنه، دانش تخصصی باید مورد استفاده قرار گیرد. منطق فازی ابزارهای قدرتمندی برای ارایه و پردازش دانش تخصصی فرآیند به شکل قوانین فازی و بعد از آن فراهم می‌کند. بسیاری از مشکلات در پردازش تصویر در عدم قطعیت داده‌ها، وظایف و نتایج قرار دارند. این عدم اطمینان را می‌توان به ابهام ذاتی و مبهم بودن داده‌های تصویر نسبت داد [۷]. در این مقاله، روشی برای دستیابی به قوانین فازی از داده‌های تصویر و استفاده از این قوانین فازی برای شناسایی نوع نویز پیشنهاد شده است. سپس، یک فیلتر متوسط فازی جدید ارائه شده است. روش پیشنهادی با حفظ اطلاعات لبه قادر به حذف مقادیر زیادی از نویزهای مخلوط گاوسی و ضربه ای است. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی بسیار بهتر از فیلترهای شناخته شده میانه و فیلتر میانگین برای پردازش تصویر مخدوش شده توسط نویز مختلط عمل می‌کند. طرح کلی این مقاله به شرح زیر است:

در بخش ۲، ما به سادگی مدل نویز مختلط را تجزیه و تحلیل می‌کنیم. سپس، یک طبقه بندی کننده نویز برای شناسایی انواع مختلف نویز در بخش ۳ ارائه کردیم. در بخش ۴، یک فیلتر میانگین-میانه فازی برای حذف نویز معرفی شده است. در بخش ۵، آزمایشات و نتایج نشان داده شده است. در بخش ۶، نتیجه گیری ارائه شده است.

مدل نویز مختلط

انواع مختلفی از مدل‌های نویز مختلط که در ادبیات معمولاً مورد توجه قرار گرفته است، مانند، نویز تاری و نویز گاوسی (یا ضربه ای) [۸-۱۱]؛ نویز پواسون و نویز گاوسی [۱۲] و نویز گاوسی و ضربه ای [۱۳-۱۹]. از آنجا که نویز را می‌توان خطای تصادفی و نامشخص دانست، از تابع چگالی احتمال (PDF) برای توصیف نویز استفاده شده است. نویز گاوسی رایج ترین نوع نویز در طبیعت است که PDF آن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(r-\varphi)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1)$$

که در آن φ مقدار میانگین، σ انحراف استاندارد نویز گاوسی است.

برای تصویر خاکستری ۸ بیتی با ۲۵۶ درجه خاکستری، PDF نویز نمک و فلفل را می‌توان به این صورت توصیف کرد:

$$p(r) = \begin{cases} p_a, & r = 0, \\ p_b, & r = 255, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

به طور کلی، نویز ضربه ای به معنای پیکسل نویز تصویر با دو نوع حداکثر خاکستری است، با مقدار خاکستری ۰ نشان دهنده سفید و خاکستری است که ۲۵۵ نشان دهنده رنگ سیاه است.

وقتی P_a و P_b صفر و تقریباً برابر باشند، نویز ضربه ای شبیه ذرات فلفل و نمک در تصویر به صورت تصادفی توزیع می‌شوند.

بسیاری از تصاویر، مانند تصاویر رادیوگرافی، حاوی نویزهایی هستند که توزیع پواسون را ایجاد می‌کنند. PDF توزیع پواسون به شرح زیر است:

$$p(s) = \frac{m^s}{s!} e^{-m}, \quad (3)$$

که در آن s تعداد وقایع یک رویداد و m تعداد پیش بینی شده وقایع طی یک بازه معین است. توزیع پواسون را می‌توان با یک توزیع گاوسی تخمین زد، معادله زیر را می‌توان به دست آورد:

$$p(s) \propto e^{-(s-m)^2/2m} / \sqrt{2\pi m}. \quad (4)$$

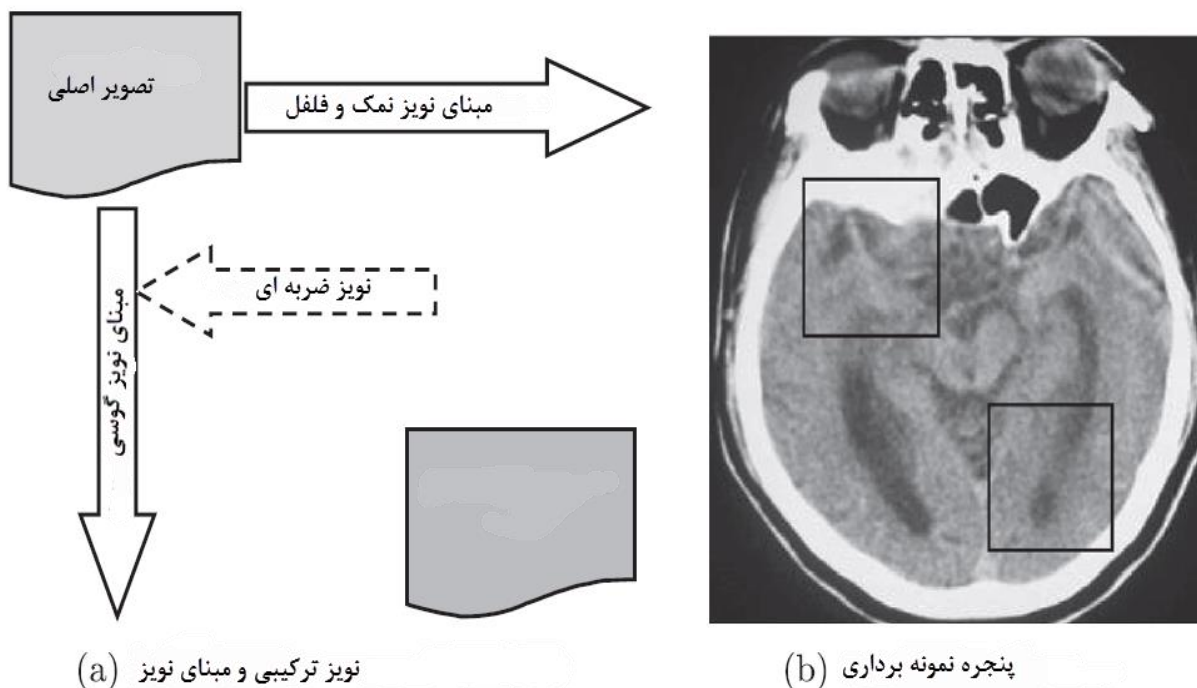
در تحقیقات [۲۰،۲۱]، چندین مطالعه ارائه و بحث شده است که توزیع پواسون در مورد تعداد زیاد شمارش‌ها به تابع چگالی گاوسی نزدیک است. علاوه بر این، میلر در [۲۰] نشان داد که تقریب گاوسی به طرز شگفت‌انگیزی دقیق است، حتی برای تعداد نسبتاً کمی شمارش.

اگرچه انواع مختلفی از مدل‌های نویز مختلط موجود است، اما تشخیص اینکه دقیقاً کدام نوع مدل نویز مختلط با تصاویر خاص نویزدار متناسب است کاملاً چالش برانگیز است. همان‌طور که در شکل (a) نشان داده شده است، از لحاظ تئوریک یک مدل نویز مخلوط ممکن است با جمع بندی انواع مستقل مدل‌های نویز پایه، مدل شود. به منظور دستیابی به عملکرد بهتر، فیلتر خاصی برای یک مدل خاص نویز مخلوط مورد نیاز است.

در ادامه، ما بر روی تصویر خاص با نویز متشکل از نویز گاوسی و نمک و فلفل تمرکز خواهیم کرد. ترمیم تصویر وظیفه مهمی در پردازش تصویر است. ایده کلی این است که یک I_{org} ایده آل تصویر را از تصویر پر نویز مشاهده شده I_{imp} تخمین بزنید. در اینجا، تصور می‌کنیم که تصویر پر نویز مشاهده شده با استفاده از مدل نویز مخلوط بدست می‌آید:

$$I_{imp} = F_{image}(I_{org} + G), \quad (5)$$

که در آن G یک نویز افزایشی گاوسی با مقدار متوسط φ و σ واریانس استاندارد است. F_{image} نشانگر تخریب تصویر توسط نویز نمک و فلفل است.



شکل ۱. نویز ترکیبی و پنجره نمونه برداری

شناسایی نویز مختلط با استفاده از داده کاوی

به طور کلی، استخراج قاعده فازی فرآیند تجزیه و تحلیل داده‌ها از دیدگاه‌های مختلف و خلاصه کردن آنها در اطلاعات سودمند است [۲۲-۲۴]. در ادامه، روش داده کاوی گسترش داده شده است تا نویز مختلط را در یک تصویر نویزدار

I_{imp} مشخص کند. پیکسل $X_{m,n}$ در موقعیت (m,n) قرار دارد، جایی که مبدا مختصات در گوشه سمت چپ بالای تصویر فرض می‌شود. سپس $X_{m,n}$ را می‌توان به صورت $X_{m,n} = S_{m,n} + N_{m,n}$ نوشت که در آن $S_{m,n}$ نشانگر سیگنال اصلی تصویر است و $N_{m,n}$ نشان دهنده نویز است. بعد، منطقه یا مجاورتی (همسایگی) را به عنوان یک پنجره نمونه برداری از پیکسل‌های اندازه $(2N+1) \times (2N+1)$ تعریف می‌کنیم.

ما مقدار متوسط پنجره نمونه‌گیری را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{(2N+1) \times (2N+1)} \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N X_{i,j}. \quad (6)$$

هیستوگرام سطح خاکستری تابعی است که برای هر سطح خاکستری تعداد پیکسل‌های تصویر را نشان می‌دهد که دارای

آن سطح خاکستری هستند. تصویر پنجره نمونه برداری $X_{i,j}$ متشکل از سطح خاکستری گسسته، مشخص شده با $\{r_0, \dots, r_k, \dots, r_v\}$ را تعریف می‌کند. PDF از r_k به صورت زیر تعریف می‌شود:

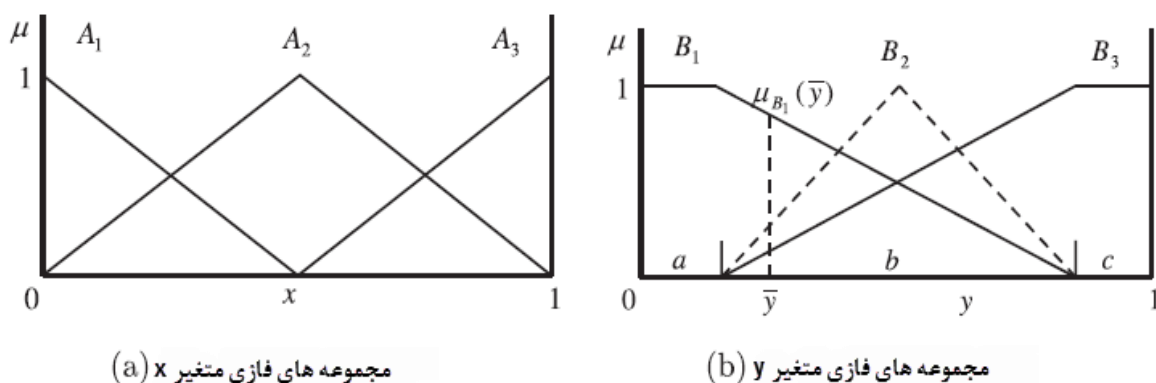
$$p(r_k) = \frac{n_k}{n}. \quad (7)$$

که در آن $k = 0, 1, \dots, v; n_k$ تعداد پیکسل‌هایی است که مقدار k دارند و n تعداد پیکسل‌های کل برای پنجره نمونه برداری است. براساس PDF، متغیر ویژگی y با استفاده از شناسایی نویزهای مختلط به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y = \frac{\text{Min}\{p(r_0), p(r_{255})\}}{\text{Max}\{p(r_0), p(r_{255})\}}. \quad (8)$$

به عنوان نمونه ای از تصویر CT مغزی که در شکل ۱ (ب) نشان داده شده است، مجموعه ای از جفت‌های داده (x,y) با استفاده از تصویر پنجره نمونه برداری بصورت تصادفی داده شده است:

$$(x_p, y_p), p = 1, 2, \dots, p. \quad (9)$$



شکل ۲. مجموعه‌های فازی و توابع عضویت.

که در آن x مقدار متوسط پنجره نمونه برداری است، y پارامتر ویژگی است و P زمان نمونه برداری است. وظیفه اصلی در اینجا تولید مجموعه ای از قوانین فازی از جفت ورودی-خروجی نمونه برداری از (۹) و استفاده از این قوانین فازی برای تعیین نوع نویز تصویر است. روش پیشنهادی شامل مراحل زیر است:

مرحله ۱. تقسیم فضای ورودی و خروجی به مناطق فازی

فرض کنید که بازه های دامنه x و y به ترتیب $[x_-, x_+]$ و $[y_-, y_+]$ باشند، در حالی که فاصله دامنه یک متغیر به این معنی است که به احتمال زیاد، این متغیر در این محدوده قرار دارد. مجموعه برچسب های زبانی با $A(x) = \{A_1, A_2, A_3\}$ و $B(y) = \{B_1, B_2, B_3\}$ مشخص می شوند، جایی که هر برچسب زبانی با یک تابع عضویت فازی مرتبط است. مجموعه های فازی و توابع عضویت همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است استفاده می شود.

مقادیر a و b در مجموعه های فازی متغیر y به طور مستقیم بر تخمین نوع نویز تأثیر می گذارد. اگر تخصیص نادرست مقدار a یا b انجام شود، انحراف ایجاد می شود. به عنوان مثال، اگر مقدار بزرگتری انتخاب شود، نتیجه شناسایی می تواند نویز گاوسی باشد حتی اگر در واقع نویز مختلط باشد. به منظور توجیه پردازش شناسایی بین عناصر نویز گاوسی و نویز نمک و فلفل و ایجاد حداکثر دامنه شناسایی، b را برابر با ۰٫۵ و هر دو a و c را برابر با ۰٫۲۵ انتخاب می کنیم.

مرحله ۲. تبدیل فایل های معمولی به رکوردهای فازی
جفت داده های ورودی و خروجی به دست آمده در پایگاه های داده رابطه ای ذخیره می شوند. داده ها در پایگاه داده های رابطه ای در یک جدول ذخیره می شوند، جایی که هر سطر یک رکورد است و هر ستون یکی از ویژگی های سوابق را نشان می دهد. بگذارید $L_1 = \{x, y\}$ مجموعه ای از ویژگی ها باشد، t_p رکورد p -th با مقادیر مشخصه خاص است. مجموعه ای از سوابق مرتبط با ویژگی L_1 با T_{L1} نشان داده می شود، یعنی...

$$T_{L1} = \{t_1, \dots, t_p, \dots, t_p\}. \quad (10)$$

t_p فازی به صورت $\mu(t_p)$ نوشته می شود، همراه با مقادیر عضویت مجموعه ویژگی های $L_2 = \{A(x) \cup B(y)\}$. مجموعه ای از سوابق فازی مرتبط با ویژگی L_2 با T_{L2} نشان داده می شود، یعنی

$$T_{L2} = \{\mu(t_1), \dots, \mu(t_p), \dots, \mu(t_p)\}. \quad (11)$$

مرحله ۳. محاسبه درجه پشتیبانی
از منظر داده کاوی، میزان پشتیبانی، درصد رکوردهایی است که قانون در آن نگهداری می شود. اگر یک قاعده فازی معنای عملی داشته باشد، باید از پشتیبانی کافی از داده های نمونه برخوردار باشد. بنابراین، میزان پشتیبانی از فضای ورودی فازی خاص، شاخص خوبی برای استخراج قوانین فازی از داده های عددی است. درجه پشتیبانی از یک قانون فازی به شرح زیر تعریف شده است:

$$\text{Supp}(x \Rightarrow y) = \frac{\sum_{p=1}^p \mu_{(B_i)^p}(y) \mu_{(A_j)^p}(x)}{\sum_{p=1}^p \mu_{(A_j)^p}(x)}. \quad (12)$$

جایی که $\mu_{(B_i)^p}(y)$ و $\mu_{(A_j)^p}(x)$ به ترتیب مقادیر توابع عضویت برای رکورد p -th هستند، P تعداد کل سوابق موجود در T_{L2} ، $i, j \in \{1, 2, 3\}$ است.

برای سادگی، از فرمول زیر برای محاسبه درجه پشتیبانی استفاده می شود،

$$\text{Supp}(x \Rightarrow y) = \frac{1}{p} \sum_{p=1}^p \mu_{(B_i)^p}(y) \mu_{(A_j)^p}(x). \quad (13)$$

مرحله ۴. تعریف درجه اطمینان
درجه اطمینان (DOC) برای سنجش میزان پشتیبانی محاسبه شده از (۱۲) یا (۱۳) استفاده خواهد شد. هنگامی که پیکسل های تمیز پنجره نمونه برداری به سفید یا سیاه بسته می شوند، یعنی x متعلق به مجموعه فازی A_1 یا A_3 است، ممکن

است مقادیر برخی پیکسل‌ها در پنجره نمونه برداری به دلیل نویز گوسی به ۰ یا ۲۵۵ تغییر یابد. بر اساس ملاحظات فوق، لازم است درجه پشتیبانی توسط ضریب DOC در جدول ۱، که مقادیر a، b، c در شکل ۲ (ب) نشان داده شده است. سپس، با استفاده از رابطه وزنی زیر، درجه نهایی حمایت بدست می‌آید

$$\text{Supp}(x \Rightarrow y) = \text{DOC} \times \text{Supp}(x \Rightarrow y). \quad (14)$$

مرحله ۵. ایجاد یک قانون فازی

جدول ۱. درجه اطمینان

y			مجموعه متغیر فازی		DOC
B ₃	B ₂	B ₁			
c	b	a	A ₁	x	۱
۱	۱	۱	A ₂		۲
c	b	a	A ₃		۳

جزئیات الگوریتم داده کاوی با شبه کد:

ورودی: ورودی‌ها شامل مشخصات زیر است که توسط کاربر داده شده است، داده‌های تصویر با نویز.

خروجی: ایجاد یک قاعده فازی

شرح مفصل الگوریتم به شرح زیر است:

```

P-1: Initialization
Define global variables i, Max-sup and Max-num.
P-2: Obtain fuzzy rules based on maximum degree of support
for(i = 1; 3; i++) {
    Call P-3;
    Obtain rule[j] based on Max-num:
}
end
P-3: Scan all fuzzy sets and calculate membership values for x
for(l = 1; 3; l++) {
    Calculate  $\mu_{A_l}(x)$ ;
    Call P-4;
}
return
P-4: Scan all fuzzy sets for y and calculate degree of support
for(j = 1; 3; j++) {
    Calculate  $\mu_{B_j}(y)$ ;
    Use (16) to calculate:
     $E[j] = \text{Supp}(x \Rightarrow y)$ ;
    If ( $E[j] > E[0]$ ) {
        Max-sup =  $E[j]$ ;
        Max-num = j;
         $E[0] = E[j]$ ;
    }
}
return

```

روند تولید یک قاعده قاعده فازی به شرح زیر ارائه می شود.

فرض کنید که $A = \{A_1, A_2, A_3\}$ مجموعه ای از برچسب های زبانی برای ویژگی x باشد، و $B = \{B_1, B_2, B_3\}$ مجموعه دیگری از برچسب های زبانی برای ویژگی y است. برای $\{A_1\}$ ، ابتدا درجه پشتیبانی مربوط به جفت $\{A_1, B_1\}, \{A_1, B_2\}, \{A_1, B_3\}$ را محاسبه می کنیم. سپس، ما یک فضای خالی فازی با حداکثر درجه پشتیبانی برای این ستون انتخاب می کنیم. با تکرار این فرآیند برای A_2 و A_3 ، در مرحله ۶ می توانیم یکی از قوانین فازی $R^{(1)}, R^{(2)}, R^{(3)}$ زیر را بدست آوریم.

مرحله ۶. تعیین نوع نویز با استفاده از قانون فازی

با تمرکز بر قاعده $R^{(1)}$ ، گروهی از قوانین که نتیجه آن B_1 است، نتیجه می گیریم که نوع نویز، نویز گوسی است. به همین ترتیب، اگر قاعده $R^{(2)}$ را بدست آوریم، یعنی گروهی از قوانین که نتیجه آن B_3 است، نوع نویز معمولاً به عنوان نویز نمک و فلفل در نظر گرفته می شود.

$$R^{(1)} : \text{IF}(x, A_i) \text{ THEN}(y, B_i), i = 1, 2, 3. \quad (15)$$

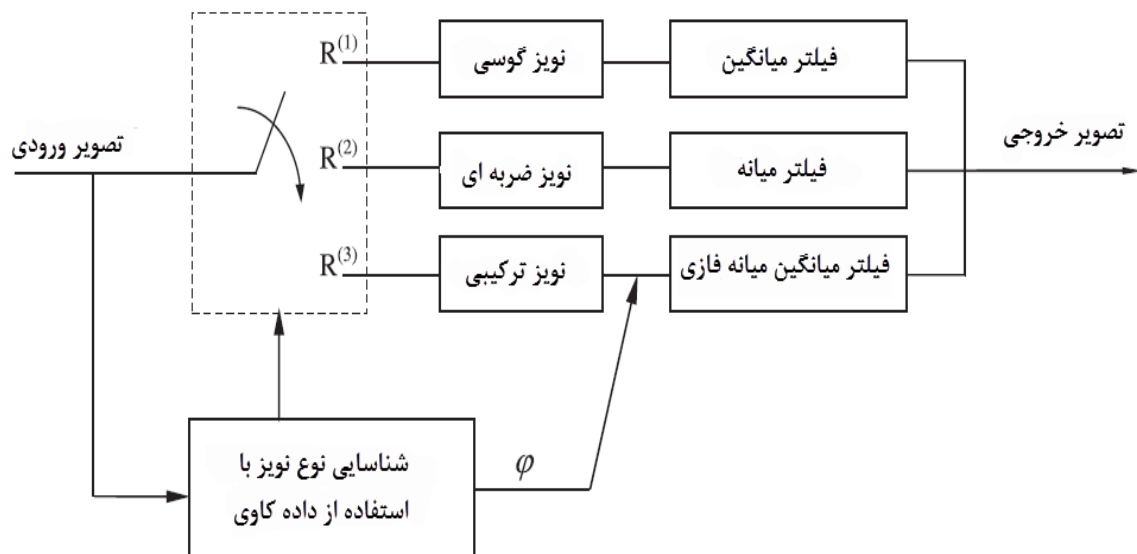
$$R^{(2)} : \text{IF}(x, A_i) \text{ THEN}(y, B_3), i = 1, 2, 3. \quad (16)$$

وقتی عواقب قوانین فازی یکسان نباشند، به عنوان مثال، ترکیبات مختلف B_1 ، B_2 و B_3 به جز $R^{(1)}$ و $R^{(2)}$ در قسمت THEN ظاهر شوند، ما نوع نویز را به صورت مختلط تعریف می کنیم. در چنین حالتی، فیلتر متوسط فازی پیشنهادی برای حذف نویز از تصاویر اعمال خواهد شد.

$$R^{(3)} : \begin{cases} \text{IF}(x, A_1) \text{ THEN}(y, B_i) \\ \text{IF}(x, A_2) \text{ THEN}(y, B_j), i, j, k = 1, 2, 3. \\ \text{IF}(x, A_3) \text{ THEN}(y, B_k) \end{cases} \quad (17)$$

طراحی فیلتر

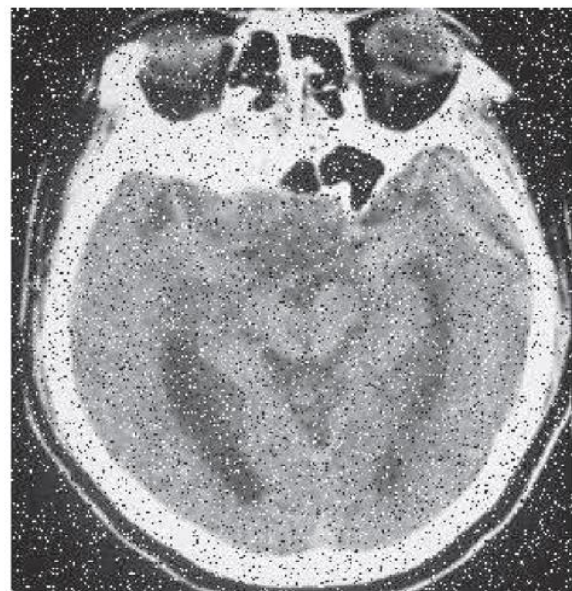
در پردازش تصویر، متداول ترین روشها فیلتر متوسط و فیلتر متوسط هستند. در یک محیط نویز مختلط، که هر دو نویز گاوسی و نویز ضربه ای وجود دارد. در ادامه، ما روشی را برای ترکیب هر دو فیلتر میانگین و فیلتر میانه با یک پارامتر تنظیم پیشنهاد می کنیم. این پارامتر تنظیم فقط با تابع عضویت فازی $B1$ در بخش ۳ برابر است. نمودار جریان فرایند انحلال تصویر در شکل ۳ آورده شده است.



شکل ۳. نمودار جریان حذف نویز.



(a) تصویر اصلی



(b) نویز نمک و فلفل



(c) نویز گوسی



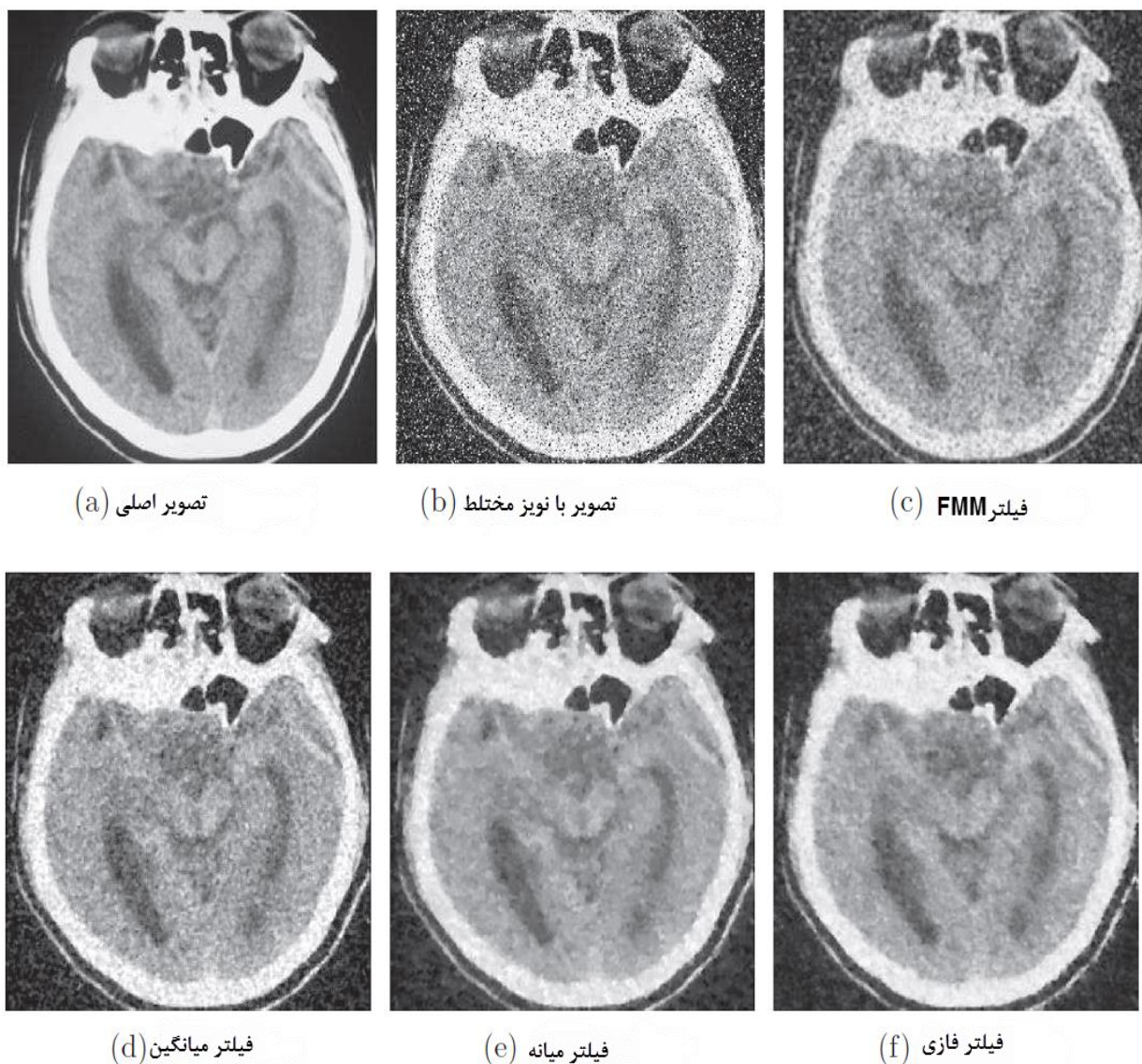
(d) نویز ترکیبی (مختلط)

شکل ۴. تصویر اصلی به همراه نوع مختلف نویز

این فیلتر جدید، فیلتر متوسط رسانه فازی (FMM)، برای حذف نویز مختلط است. فیلتر میانگین رسانه فازی در یک پنجره فیلتر کار می کند. برای سادگی، می توانیم این پنجره با اندازه 3×3 را بر روی یک تصویر دیجیتالی با سطح خاکستری L کار کنیم، جایی که $I(i,j)$ در مرکز پنجره فیلتر قرار دارد. این ماتریس پنجره کل ماتریس تصویر را از بالا به پایین و چپ به راست اسکن می کند. روش پیشنهادی به شرح زیر عمل می کند. ابتدا تابع عضویت فازی میانگین وزنی در شکل ۲ (b) با توجه به رابطه زیر تعریف شده است:

جدول ۲. شناسایی نویز مختلط.

نتایج	ϕ	σ	نسبت نویز: نمک و فلفل (%)			
گوسی	۰,۰	۰,۰۱	۵	۱۰	۱۵	۲۰
	۰,۰	۰,۰۳	✓	✓	✓	✓
	۰,۰	۰,۰۵	✓	✓	✓	✓
گوسی	۰,۰۲	۰,۰۱	✓	✓	✓	✓
	۰,۰۲	۰,۰۳	✓	✓	✓	✓
	۰,۰۲	۰,۰۵	✓	✓	✓	✓
گوسی	۰,۰۴	۰,۰۱	✓	✓	✓	✓
	۰,۰۴	۰,۰۳	✓	✓	✓	✓
	۰,۰۴	۰,۰۵	✓	✓	✓	✓



شکل ۵. کاهش نویز با فیلتر میانگین فازی.

$$\mu_{B_1}(\bar{y}) = \frac{\sum_{p=1}^p y_p \times \mu_{B_1}(y_p)}{\sum_{p=1}^p y_p}, p_1, \dots, p \quad (18)$$

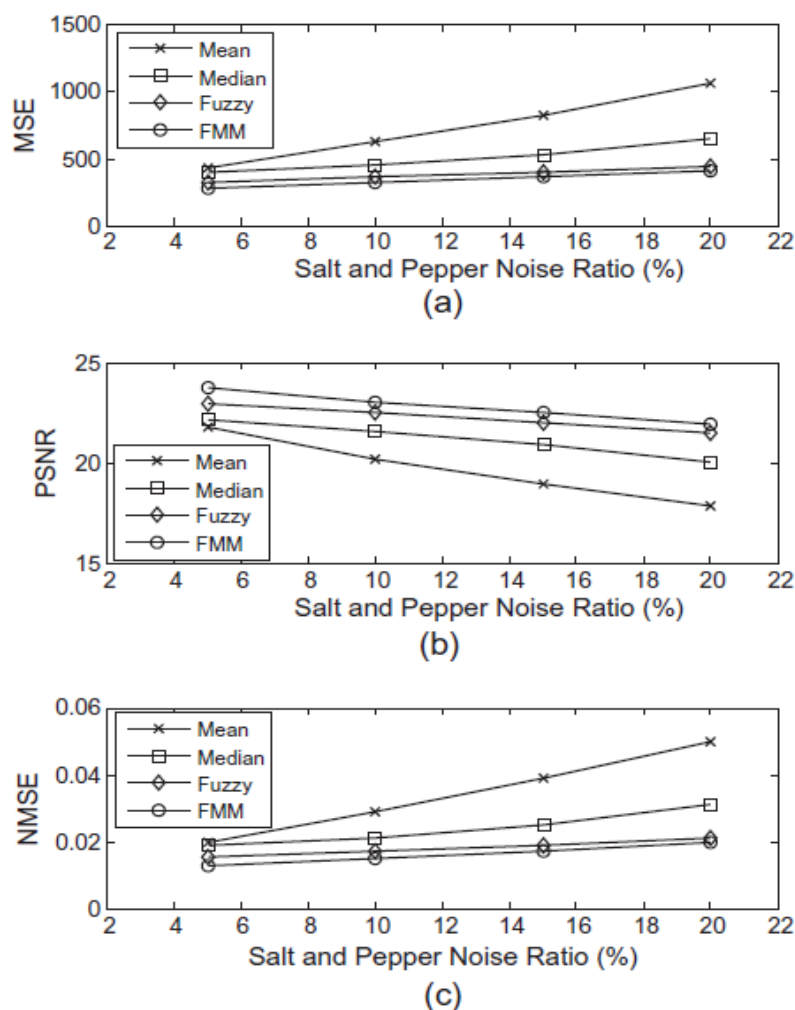
سپس فیلتر میانگین فازی با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:

$$\begin{cases} \bar{I}(i, j) = \varphi m_1 + (1-\varphi)m_2, \\ \varphi = \mu_{B_1}(\bar{y}), \end{cases} \quad (19)$$

که در آن m_1 مقدار میانگین است، m_2 مقدار میانه پنجره فیلتر است. پارامتر تنظیم φ برابر با تابع عضویت فازی $(\mu_{B_1}(\bar{y}))$ است، که نمایانگر بخشی از فیلتر میانگین است. تابع عضویت فازی $(\mu_{B_1}(\bar{y}))$ نمایانگر بخش تصرفی نویز گاوسی در نویز مختلط است. $\hat{I} = (i, j)$ تخمین $I = (i, j)$ است.

جدول ۳. مقایسه MSE ، RMSE ، PSNR و NMSE برای فیلترهای مختلف.

گوس: $\varphi = 0.00, \sigma = 0.03$ ؛ نمک و فلفل (%)				فیلتر	نتایج
۲۰	۱۵	۱۰	۵		
۱۰۵۸,۷۰	۸۱۸,۶۴۶	۶۲۱,۲۶۶	۴۳۱,۹۸۵	Mean	MSE
۶۴۹,۴۰۱	۵۲۶,۱۱۷	۴۵۲,۱۰۷	۳۹۸,۱۳۴	Median	
۴۴۵,۳۷۵	۳۹۶,۳۴۴	۳۶۲,۴۸۴	۳۲۵,۹۶۱	Fuzzy	
۴۱۲,۷۰۵	۳۶۰,۵۱۵	۳۲۴,۴۷۱	۲۷۴,۱۰۹	FMM	
۳۲,۵۳۷۰	۲۸,۶۱۲۰	۲۴,۹۲۴۰	۲۰,۷۸۴۰	Mean	RMSE
۲۵,۴۸۳۰	۲۲,۹۳۷۰	۲۱,۲۶۳۰	۱۹,۹۵۳۰	Median	
۲۱,۱۰۳۹	۱۹,۹۰۸۴	۱۹,۰۳۹۰	۱۸,۰۵۴۴	Fuzzy	
۲۰,۳۱۵۰	۱۸,۹۸۷۰	۱۸,۰۱۳۰	۱۶,۵۵۶۰	FMM	
۱۷,۸۴۹۰	۱۸,۹۶۶۰	۲۰,۱۹۸۰	۲۱,۷۷۶۰	Mean	PSNR
۲۰,۰۰۶۰	۲۰,۹۲۰۰	۲۱,۵۷۸۰	۲۲,۱۳۱۰	Median	
۱۹,۹۰۸۴	۲۱,۹۷۸۱	۲۲,۵۰۳۸	۲۲,۹۳۰۸	Fuzzy	
۲۱,۹۴۰۰	۲۲,۵۲۷۰	۲۲,۹۸۵۰	۲۳,۷۱۷۰	FMM	
۰,۰۵۰۰	۰,۰۳۹۰	۰,۰۲۹۰	۰,۰۲۰۰	Mean	NMSE
۰,۰۳۱۰	۰,۰۲۵۰	۰,۰۲۱۰	۰,۰۱۹۰	Median	
۰,۰۲۱۱	۰,۰۱۸۷	۰,۰۱۷۱	۰,۰۱۵۴	Fuzzy	
۰,۰۲۰۰	۰,۰۱۷۰	۰,۰۱۵۰	۰,۰۱۳۰	FMM	



شکل ۶. مقایسه FMM: (الف) MSE، (ب) PSNR، (ج) مقادیر NMSE تهیه شده برای تصویر CT.

نتایج و بحث

قابلیت اطمینان تصاویر را می‌توان با معیارهای میانگین مربعات خطا (MSE)، میانگین ریشه مربعات خطا (RMSE)، میانگین مربعات خطای نرمال (NMSE) و اوج سیگنال به نویز (PSNR) ارزیابی کرد. MSE، RMSE، PSNR و NMSE به ترتیب در معادلات (۲۰) - (۲۳) آورده شده است.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [F(i, j) - G(i, j)]^2}{NM}, \quad (20)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE}, \quad (21)$$

$$PSNR = 20 \log \frac{255}{RMSE}, \quad (22)$$

$$NMSE = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [F(i, j) - G(i, j)]^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [F(i, j)]^2}, \quad (23)$$

جایی که $F(i, j)$ و $G(i, j)$ به ترتیب مقادیر پیکسل تصویر بازیابی شده و تصویر اصلی را نشان می‌دهند.

مقدار PSNR اطلاعات مربوط به کیفیت تصویر را می‌دهد. مقادیر MSE، RMSE و NMSE مقادیر خطای تصاویر مشابه را در مقایسه با تصویر اصلی نشان می‌دهد. سطح خاکستری پیکسل‌های تصویر به عنوان داده گرفته می‌شوند. اگر نسبت سیگنال تصویر زیاد و نسبت نویز پایین باشد، کیفیت تصویر خوب ارزیابی می‌شود. بنابراین، در تجزیه و تحلیل یک تصویر، مقدار PSNR باید بررسی شود. از آنجا که اندازه این نسبت متناسب با کیفیت تصویر است، PSNR تصویر اصلی و تصویر حاوی نویز تعیین می‌شود. پارامترهای مورد استفاده در شکل ۲ (ب) و جدول ۱ برای آزمایشات زیر به شرح زیر مشخص شده است:

$$a=0.25, b=0.50, c=0.25$$

آزمایش ۱

برای نشان دادن انواع مختلف نویز قبل از آزمایش، شکل ۴ به ترتیب تصویر اصلی CT مغز و تصاویر با نویز گاوسی، نویز نمک و فلفل و نویز مخلوط را نشان می‌دهد. در آزمایش زیر، دامنه شناسایی آزمایش خواهد شد. برای این منظور، سر و صدای نمک و فلفل در نسبت‌های مختلف (از ۵٪ تا ۲۰٪) و نویز گاوسی در مقادیر مختلف مختلف (از ۰ تا ۰/۰۴) و انحراف معیار (از ۰/۱ تا ۰/۰۵) به تصویر CT اصلی اضافه می‌شود. سپس تصاویر CT با درجه مختلف نویز مختلط با استفاده از محاسبات شناسایی نوع نویز بر اساس داده کاوی آزمایش شد. نتایج آزمایش در جدول ۲ خلاصه شده است. جدول ۲ نشان می‌دهد که انواع نویزهای مختلط قابل شناسایی است. نتیجه گرفته می‌شود که نویز نمک و فلفل در نسبت‌های مختلف از ۵٪ تا ۲۰٪ مخلوط با نویز گاوسی در مقادیر میانگین از ۰ تا ۰/۰۴ و انحراف معیار از ۰/۰۱ تا ۰/۰۵ با روش پیشنهادی قابل شناسایی است.

جدول ۳: مقایسه MSE، RMSE، PSNR و NMSE برای فیلترهای مختلف.

نمک و فلفل: ۲۰٪؛ گاوسی				فیلتر	نتایج
$\varphi = 0.00, \sigma = 0.02$	$\varphi = 0.00, \sigma = 0.03$	$\varphi = 0.00, \sigma = 0.02$	$\varphi = 0.00, \sigma = 0.01$		
۱۱۳۲,۴۰	۱۰۴۲,۳۰	۹۶۳,۵۳۷	۸۵۰,۴۳۵	Mean	MSE
۷۸۸,۵۵۰	۶۳۷,۵۴۲	۴۶۴,۶۸۹	۳۰۱,۸۸۲	Median	
۵۲۴,۵۰۱	۴۴۳,۹۲۴	۳۹۷,۶۹۵	۲۶۶,۴۹۲	Fuzzy	
۴۹۵,۹۰۳	۴۰۹,۹۸۷	۳۵۲,۵۳۷	۲۴۴,۵۸۶	FMM	
۳۳,۶۵۲۰	۳۲,۲۸۵۰	۳۱,۰۴۱۰	۲۹,۱۶۲۰	Mean	RMSE
۲۸,۰۸۱۰	۲۵,۲۵۰۰	۲۱,۵۵۷۰	۱۷,۳۷۵۰	Median	
۲۲,۹۰۲۰	۲۱,۰۶۹۵	۱۹,۹۴۲۳	۱۶,۳۲۴۶	Fuzzy	
۲۲,۲۶۹۰	۲۰,۲۴۸۰	۱۸,۷۷۶۰	۱۵,۶۳۹۰	FMM	
۱۷,۵۹۱۰	۱۷,۹۵۱۰	۱۸,۲۹۲۰	۱۸,۷۳۲۰	Mean	PSNR
۱۹,۱۶۳۰	۲۰,۰۸۶۰	۲۱,۴۵۹۰	۲۳,۳۳۲۰	Median	
۲۰,۸۹۹۲	۲۱,۴۸۵۷	۲۲,۱۰۳۸	۲۳,۸۰۵۶	Fuzzy	
۲۱,۱۴۳۰	۲۱,۹۶۹۰	۲۲,۶۲۵۰	۲۴,۲۱۲۰	FMM	
۰,۰۵۴۰	۰,۰۴۹۰	۰,۰۴۶۰	۰,۰۴۰۰	Mean	NMSE
۰,۰۳۷۰	۰,۰۳۰۰	۰,۰۲۲۰	۰,۰۱۴۰	Median	
۰,۰۲۴۸	۰,۰۱۹۷	۰,۰۱۸۸	۰,۰۱۲۶	Fuzzy	
۰,۰۲۴۰	۰,۰۱۹۰	۰,۰۱۷۰	۰,۰۱۲۰	FMM	



(a) تصویر اصلی



(b) تصویر با نویز مختلط



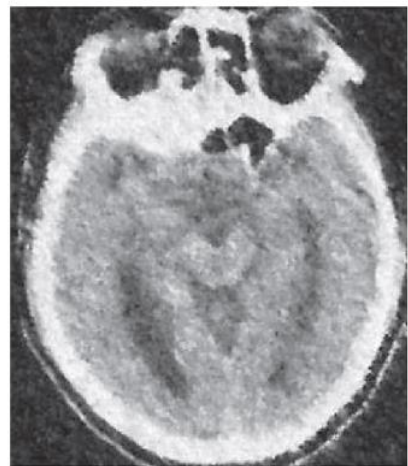
(c) فیلتر FMM



(d) فیلتر میانگین

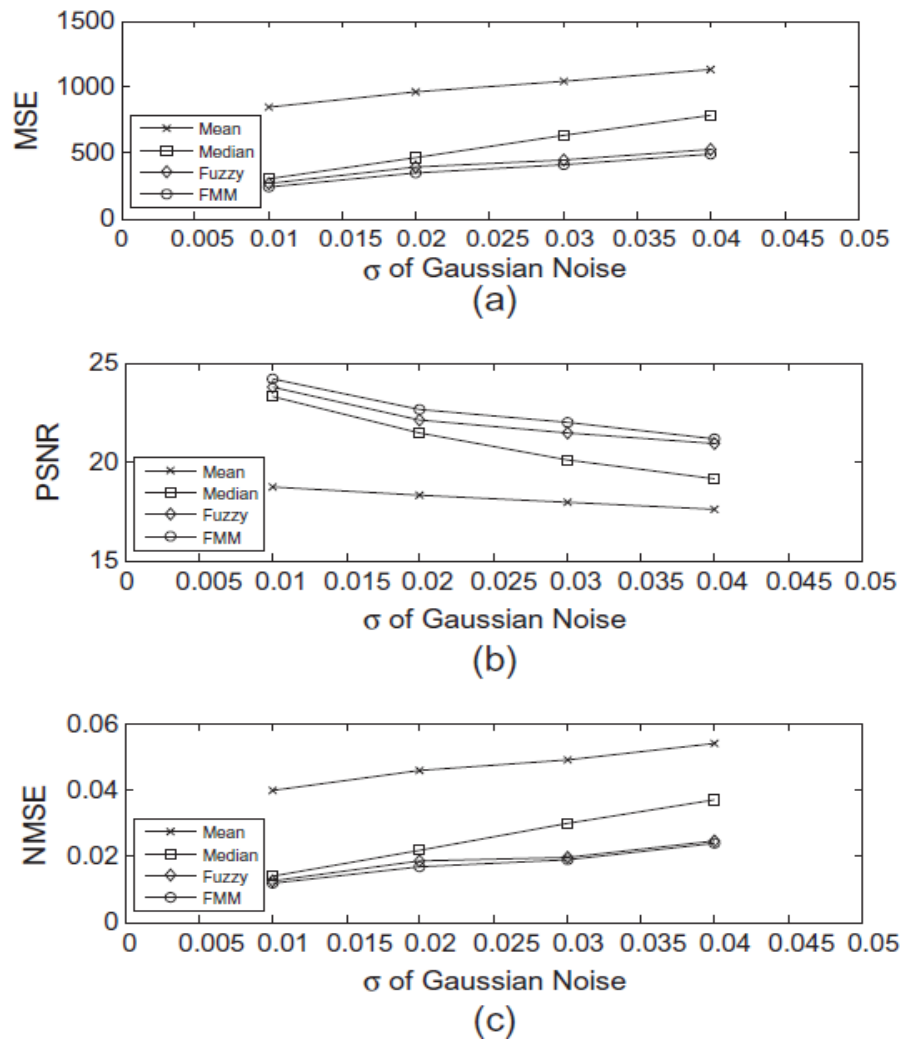


(e) فیلتر میانه



(f) فیلتر فازی

شکل ۷. کاهش نویز با فیلتر میانگین-میانه فازی.



شکل ۸. مقایسه FMM: (الف) MSE، (ب) PSNR، (ج) مقادیر NMSE برای تصویر CT.

آزمایش ۲

به منظور نشان دادن عملکرد فیلتر میانگین فازی پیشنهادی، ما یک تصویر CT مغزی را نشان می دهیم که در شکل ۵ (a) نشان داده شده است. به منظور نشان دادن عملکرد فیلتر میانگین میانه فازی پیشنهادی، ما یک تصویر CT مغزی را نشان می دهیم که در شکل ۵ (a) نشان داده شده است. شکل ۵ (b) تصویر مخدوش شده توسط نویز مختلط نشان می دهد، که دارای نویز گوسی ($\varphi = 0, \sigma = 0.03$) و ۱۰٪ نویز نمک و فلفل است. شکل ۵ (c) نتیجه استفاده از FMM پیشنهادی است. نتایج کاربردهای فیلتر میانگین و فیلتر میانی به ترتیب در شکل ۵ (d) و (e) نشان داده شده است، و نتایج فیلتر ساز فازی [۶] در شکل ۵ (f) نشان داده شده است. مشاهده می شود که در مقایسه با نتایج حاصل از فیلترهای سنتی، فیلتر جدید (FMM) اثر بهتری را به دست می آورد همانطور که در شکل ۵ (c) نشان داده شده است. نتایج حاصل از FMM تصویر واضح تری دارد و دارای نقاط سیاه و سفید کمتری نسبت به فیلتر میانگین و فیلتر میانه است.

جدول ۵. عملکرد عضویت فازی و نتیجه فیلتر.

	a	b	c	MSE	RMSE	PSNR	NMSE
۱	۰,۱۵	۰,۷	۰,۱۵	۳۲۶,۰۱۵	۱۸,۰۵۶	۲۲,۹۶۴	۰,۰۱۵۴
۲	۰,۲۵	۰,۵	۰,۲۵	۳۲۴,۸۷۴	۱۸,۰۲۴	۲۲,۹۸۰	۰,۰۱۵۴
۳	۰,۳۵	۰,۳	۰,۳۵	۳۲۹,۵۵۴	۱۸,۱۵۴	۲۲,۹۱۷	۰,۰۱۵۶

نویز گاوسی با مقدار میانگین صفر و انحراف معادل 0.03 و انحراف معیار و نویز نمک و فلفل در نسبت‌های مختلف (از 5% تا 20%) به تصویر CT اصلی در این آزمایش اضافه می‌شود. برای مقایسه بیشتر، مقادیر $PSNR$ ، $RMSE$ ، MSE و $NMSE$ فیلترها به طور خلاصه در جدول ۳ آمده است.

شکل ۶ گرافیک مقادیر $PSNR$ ، MSE و $NMSE$ فیلتر میانگین، فیلتر میانه، فیلتر فازی و FMM را نشان می‌دهد. فیلتر میانه در MSE و $NMSE$ مقادیر کمتری از فیلتر میانگین دارد در حالی که FMM کمترین است. FMM بیشترین مقدار $PSNR$ را نسبت به بقیه فیلترها دارد. به وضوح دیده می‌شود که فیلتر FMM از لحاظ آماری عملکرد بهتری نسبت به فیلترهای دیگر دارد.

آزمایش ۳

این آزمایش برخی از نتایج شبیه سازی را با استفاده از برنامه ریز FMM پیشنهادی و برخی فیلترهای سنتی که با نویز ثابت نمک و فلفل و نویزهای مختلف گاوسی سروکار دارند ارائه می‌دهد. شکل ۷ (a) و (b) تصویر اصلی و تصویری را که توسط نویز مختلط مخدوش شده است نشان می‌دهد، که دارای نویز گاوسی ($\varphi = 0, \sigma = 0.04$) و نمک و فلفل به میزان 20% است. نتایج میانگین فیلتر و میانه فیلر به ترتیب در شکل ۷ (d) و (e) نشان داده شده اند، و نتایج فیلر ساز فازی در شکل ۷ (f) نشان داده شده است. با مقایسه نتایج بدست آمده از فیلترهای سنتی با فیلتر جدید (FMM) نشان داده شده در شکل ۷ (c)، می‌توان دریافت که FMM نیز عملکرد بهتری نسبت به بقیه دارد. تصویر فیلتر شده با استفاده از فیلتر متوسط و میانه دارای نقاط بسیار بیشتری است که در شکل ۷ (d) و (e) نشان داده شده است، با این حال، تصویر فیلتر شده FMM تغییر چندانی نمی‌کند.

نویز نمک و فلفل ثابت شده در نسبت 20% و نویز گاوسی با مقدار متوسط صفر و انحراف استاندارد متفاوت (از 0.01 تا 0.04) به تصویر CT اصلی در این آزمایش اضافه می‌شوند. مقایسه بیشتر مقادیر $PSNR$ ، $RMSE$ ، MSE و $NMSE$ فیلترها در جدول ۴ نشان داده شده است.

شکل ۸ گرافیکی از مقادیر $PSNR$ ، MSE و $NMSE$ فیلتر میانگین، فیلتر میانه و FMM را نشان می‌دهد. FMM کمترین مقدار MSE و $NMSE$ و بیشترین مقدار $PSNR$ را نسبت به فیلتر میانگین و فیلتر میانه دارد. دیده می‌شود که فیلتر FMM نیز در تمام شاخص‌های آماری عملکرد بهتری نسبت به بقیه فیلترها دارد. علاوه بر این، ما آزمایش دیگری را انجام می‌دهیم که چگونه تغییرات شیب تابع عضویت فازی بر عملکرد فیلتر تأثیر می‌گذارد. برای مقایسه با پارامتر اصلی تابع عضویت فازی ($a=0.25, b=0.5, c=0.25$) و عملکرد فیلتر آن، دو مجموعه دیگر از پارامترها و نتایج فیلتر نیز در جدول ۵ نشان داده شده است. نتایج در جدول ۵ نشان می‌دهد که تغییرات شیب تابع عضویت فازی تا حدودی تأثیر کمی بر عملکرد فیلتر دارد.

نتیجه گیری

در این مقاله، یک طبقه بندی کننده نویز جدید با استفاده از تکنیک‌های داده کاوی و فیلتر میانگین فازی برای حذف نویز پیچیده از تصاویر مخدوش شده پیشنهاد شده است. فیلتر میانگین-میانه فازی که مختلط از یک فیلتر میانگین با یک فیلتر میانه است می‌تواند به طور موثری تصاویر مخدوش شده توسط نویز گوسن بعلاوه نویز نمک و فلفل را بازیابی کند. عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با فیلتر میانه کلاسیک، الگوریتم فیلتر فازی و فیلتر فازی برای هر دو آنالیز نویز نمک فلفل و آنالیز نویز گاوسی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج کمی و کیفی بر روی تصاویر تست شده نشان می‌دهد که روش پیشنهادی می‌تواند به طور موثر نویز را از بین ببرد، در حالی که ویژگی محلی تصویر را حفظ می‌کند، حتی در نویز ضربه ای سطح بالا و نویز گاوسی.

منابع و مراجع

- [1] Chakravorty. P.(2018). What is a signal? [lecture notes]. IEEE Signal Processing Magazine.;35(5):175-177. DOI:10.1109/MSP.2018.2832195
- [2] Gonzalez. R.(2018). Digital image processing. New York, NY: Pearson; ISBN: 978-0-13-335672-4. OCLC 966609831
- [3] Sarfraz. M.(2020). Introductory Chapter: On Digital Image Processing. InDigital Imaging 2020 May 13. IntechOpen.
- [4] Josep. Arnal.. Luis. Súcar.(2020). Hybrid Filter Based on Fuzzy Techniques for Mixed Noise Reduction in Color Images. Appl. Sci. 10, 243; doi:10.3390/app10010243.
- [5] Wang. C.. Yan. Z.& Pedrycz. W.(2020). Zhou M, Li Z. A weighted fidelity and regularization-based method for mixed or unknown noise removal from images on graphs. IEEE Transactions on Image Processing. 2020 Feb 25;29:5229-43.
- [6] Jindal. K.. Kumar. R.(2016). A Note on “Data mining based noise diagnosis and fuzzy filter design for image processing”. Computers & Electrical Engineering. 2016 Jan 1;49:50-1.
- [7] Wang. Y.. Wu. G.& Chen. GS.(2014). Chai T. Data mining based noise diagnosis and fuzzy filter design for image processing. Computers & Electrical Engineering. 2014 Oct 1;40(7):2038-49.
- [8] Liu. J.. Huan. ZD.. Huang. HY..& Zhang. HL.(2009). An adaptive method for recovering image from mixed noisy data. Int J Comput Vis; 85(2):182-91.
- [9] Chan. RH.. Dong. Y.(2010). Hintermuller M. An efficient two-phase L1-TV method for restoring blurred images with impulse noise. IEEE Trans Image Process;19(7):1731-9.
- [10] Cai. JF.. Chan. R..& Nikolova. M.(2008). Two-phase methods for deblurring images corrupted by impulse plus gaussian noise. Inverse Problem Imag; 2(2):187-204.
- [11] Cai. JF.. Chan. RH..& Nikolova. M.(2010). Fast two-phase image deblurring under impulse noise. J Math Imag Vis;36(1):46-53.
- [12] Zhang. B. Fadili. MJ. Starck. JL. & Olivo-Marin. JC (2007). Multiscale variance stabilizing transform for mixed-Poisson-Gaussian processes and its application in bioimaging. In: Proceedings of IEEE international conference on image processing; p.233-6.
- [13] Morillas. S.. Gregori. V..& Hervas. A.(2009). Fuzzy peer groups for reducing mixed Gaussian-impulse noise from color images. IEEE Trans Image Process;18(7):1452-66.
- [14] Yang. JX.. Wu. HR.(2009). Mixed Gaussian and uniform impulse noise analysis using robust estimation for digital images. In: Proceedings of the 16th international conference on digital signal processing; p. 468-72.
- [15] Lopez-Rubio. E.(2010). Restoration of images corrupted by Gaussian and uniform impulsive noise. Pattern Recogn;43(5):1835-46.
- [16] Ji. LP.. Zhang. Y.(2008). A mixed noise image filtering method using weighted-linking PCNNs. Neurocomputing;71(13-15):2986-3000.
- [17] Huang. YM.. Ng. MK..& Wen. YW.(2009). Fast image restoration methods for impulse and Gaussian noise removal. IEEE Signal Proc Lett;16(6):457-60.
- [18] Ghita. O.. Whelan. PF.(2010). A new GVF-based image enhancement formulation for use in the presence of mixed noise. Pattern Recogn;43(8):2646-58.
- [19] Lin. CH.. Tsai. JS..& Chiu. CT.(2010). Switching bilateral filter with a texture/noise detector for universal noise removal. IEEE Trans Image Process;19(9):2307-20.
- [20] Miller. G.. Martz. HF.. Little. TT..& Guilmette. R.(2002). Using exact poisson likelihood functions in Bayesian interpretation of counting measurements. Health Phys;83(4):512-8.
- [21] Brodsky. A.(1992). Exact calculation of probabilities of false positives and false negatives for low background counting. Health Phys; 63(2):198-204.
- [22] Wang. LX..Mendel. JM.(1992). Generating fuzzy rules by learning from examples. IEEE Trans Syst Man Cybernet; 22(6):1414-27.
- [23] Wang. LX.(2003). The WM method completed: a flexible fuzzy system approach to data mining. IEEE Trans Fuzzy Syst;11(6):768-82.
- [24] Wang. YF.. Wang. DH..& Chai. TY.(2011). Extraction and adaptation of fuzzy rules for friction modeling and control compensation. IEEE Trans Fuzzy Syst; 19(4):682-93.