ISSN: 2745-3673
http://www.Rcsj.ir

مجله علمی پژوهش در علوم رایانه (سال پنجم)
شماره ۱۸ / تابستان ۱۳۹۹ / ص ۷۳– ۶۷

دینامیک جمعی و توازن رای

امیراحمد نیری
مدرس، دانشگاه سلمان فارسی کازرون، بخش علوم کامپیوتر.

نام نویسنده مسئول:
امیراحمد نیری

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۴/۱۲
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۶/۲۰

چکیده

تلاش برای پاسخ دادن به پرسشهایی که متضمن بررسی کنش های عوامل تشکیل دهنده ی یک سیستم می باشند بدلیل ظهور پیدایش(Emergence) معمولا دشوار می باشد. چرا که رفتار عمومی ارتباط قابل درکی با رفتارهای عوامل تشکیل دهنده ی سیستم در مقیاس خرد ندارد و با نمونه برداریهای محلی نمی توان به ماهیت رفتار عمومی پی برد. در اینجا به کارایی ابزاری که در آنالیز توابع بولین توسعه داده شده است برای تعیین توازن در یک جامعه می پردازیم. نشان خواهیم داد که چگونه استفاده از این ابزار می تواند در پیش بینی رفتار عمومی سیستم موثر باشد در حالیکه حتی استفاده از سیستمهای پویای گسسته که از توازی در تکامل عوامل بهره می برند نیز نمی تواند برای تشخیص توازن در حالت اولیه کارساز باشد.

واژگان کلیدی: انتخاب اجتماعی، پارادوکس Condorcet، اتوماتای سلولی، بسط فوریه، توابع بولین.

ISSN: 2745-3673
http://www.Rcsj.ir

مقدمه

بررسی دینامیک ناشی از تعامل عناصر زیاد در یک سیستم در دو دهه اخیر بشدت مورد توجه قرار گرفته است و هر روز جنبه های دیگری از این پدیده در حوزه های مختلف مورد بررسی و مداقه قرار می گیرد. روح اساسی حاکم بر این مطالعات درک این واقعیت است که به لحاظ فلسفی قدمت زیادی دارد: ظهور کلی بمراتب بزرگتر از اجزای تشکیل دهنده آن. قضیه ای اساسی در حوزه ای که با نام سیستم های پیچیده شناخته می شود[1].این ظهور کلی بمراتب بزرگتر از عناصر تشکیل دهنده سیستم با نام پیدایش یا Emergence شناخته می شود و امروزه فصل گسترده ای در مورد آنالیز آن در سیستمهای مختلف توسعه داده شده است.

اگر چه این ظهور دفعی پیچیدگی در سیستم ها که به طرق مختلف خودنمایی می کند، همراه با رفتارهای شناخته شده ی دیگری می باشند که عمیقا مورد مطالعه قرار گرفته اند، اما تاکنون فردی نتوانسته است میان سوائق و محرکهای خرد یک سیستم و رفتار کلی آن با استفاده از روشهای ریاضی رابطه ای مشخص بیابد. به بیان واضح تر تاکنون فردی نتوانسته است از روی توابع محلی در یک سیستم پیچیده، تابع کنش جمعی یا Global Function آنرا با استفاده از روشهای تحلیلی استخراج نماید[2] اگر چه تکنیک های زیادی از شاخه های مختلف خصوصا فیزیک آماری برای این مهم توسعه یافته اند[3].

کار قابل تقدیر Stephen Wolfram و مطالعات جالب او در مورد خانواده ای از سیستم های پویای گسسته با نام Cellular Automata نیز راه را برای شناخت عمیق تر این پارادایم جدید فراهم کرد[4]. در سایه این مطالعات که ریشه در کارهای انقلابی فیزیکدان بزرگ لودویک بولتزمن در ارائه ی توصیف احتمالاتی از سیستم های فیزیکی دارد، امروزه می دانیم که یک رفتار پیچیده در مقیاس ماکرو می تواند بدلیل کنش های بسیار ساده محلی میان تعداد زیادی عوامل کوچک باشد که در سطوح میکرو با یکدیگر در تعامل می باشند[5].

در سایه این مطالعات، تصویر و درک بشر از مفاهیم کلی همچون نظم و تصادف بشدت تغییر یافته است تا آنجا که امروزه بر اساس مدلهای ریاضی ارائه شده در بررسی خانواده ای از سیستمهای پیچیده، می دانیم که نظم و تصادف دو روی یک سکه اند[6].

بهترین نمونه برای درک این پیدایش در سیستم های پیچیده، هوش بشر می باشد که ماهیت Non-Algorithmic دارد. بدین معنا که هیچ الگوریتمی برای شبیه سازی رفتار هوشمندانه انسان در دامنه های مختلف وجود ندارد. اگر چه رویکرد وظیفه محور می تواند منجر به ساخت سیستمهایی شود که رفتار هوشمندانه را برای انجام کار و وظیفه ی مشخصی تقلید می کنند. اما رسیدن به الگوریتمی که بتواند کلیت هوش را صرفنظر از زمینه مورد بررسی شبیه سازی نماید، به لحاظ تئوریک امکان پذیر نمی باشد[7].

باز هم در مورد مغز، همان پارادایم کلی در دینامیک جمعی دیده می شود. تعامل و کنش هزاران میلیارد نورون با یکدیگر که منجر به ظهور رفتاری می شود که هیچ نسبتی با مکانیزم مورد استفاده هر نورون در سطوح خرد ندارد. امروزه الگوریتمهای زیادی توسعه داده شده اند که مکانیزم اصلی آنها استفاده از این رفتار سودمند جمعی برای عبور از اکسترمم های محلی و جستجوی موثر در فضای حالت می باشد[8]. PSO،ACO ، GA و ... نمونه هایی از این الگوریتمها می باشند که با الهام از طبیعت می کوشند تا بر مشکلات جستجو در فضای های نمایی فائق آیند[8].

در این مقاله به بررسی دینامیک جمعی در دامنه ی دیگری می پردازیم که تاکنون کمتر مورد توجه قرار گرفته است. نشان خواهیم داد که مدل رای گیری ساده در یک جامعه وقتیکه تعداد کاندیدهای مورد نظر محدود به دو نفر باشند با استفاده از آنالیز فوریه رده مشخصی از توابع Boolean قابل تحلیل است. در اینجا تعادل در جامعه رای دهندگان به معنای عدم گرایش محسوس و غالب به یک کاندید مشخص با استفاده از طیف ضرائب فوریه تابع مدلساز جامعه قابل تشخیص می باشد. این پدیده شاهد دیگری است بر ظهور رفتاری در سطوح کلان که بصورتی متفاوت در تابع عمومی سیستم خودنمایی می کند که بر اساس مکانیزم موجود در سطح خرد قابل ردیابی نمی باشد.

این مقاله در ۵ بخش تهیه شده است. در بخش آینده به بررسی اجمالی تئوری انتخاب اجتماعی(Social Choice Theory) از منظر محاسباتی بعنوان یک دینامیک جمعی می پردازیم. سپس در بخش سوم به معرفی ابزار ریاضی مورد نیاز

مجله‌ی علمی پژوهش در علوم رایانه ، شماره ۱۸، تابستان ۱۳۹۹، ص ۷۳– ۶۷

ISSN: 2745-3673
http://www.Rcsj.ir

برای تحلیل این دینامیک با استفاده از مدلسازی بر اساس توابع Boolean خواهیم پرداخت. در بخش چهارم به بررسی رابطه میان تعادل در اجتماع و ضرائب فوریه یا طیف فوریه یک تابع Boolean خواهیم پرداخت و در نهایت با نتیجه گیری و تحلیل این پدیده، مقاله را پایان خواهیم بخشید.

تئوری انتخاب اجتماعی(Social Choice Theory)

تئوری انتخاب اجتماعی یا Social Choice Theory به فرمی که امروز شناخته می شود با کارهای Nicolas de Caritat's Condorcet در قرن ۱۸ میلادی آغاز می شود. او در سال ۱۷۴۳ در یک خانواده ی اشرافی فرانسوی بدنیا آمد. Condorcet یک ریاضیدان استثنایی بود که در زمینه حساب جامع و فاضل کارهای انقلابی انجام داد بطوریکه تحسین ریاضیدان بزرگ، لاگرانژ را برانگیخت. او بعدها به عضویت آکادمی علوم فرانسه درآمد و در دوره ای به ریاست آن رسید. بزرگترین میراث او کتابی است که در سال ۱۷۸۵ با عنوان "Essays on the Application of Probability Analysis to Majority Decisions" به رشته تحریر درآورد که در آن به بررسی ماهیت واقعی تصمیم بر اساس رای اکثریت پرداخت. این کتاب با توجه به زمان انتشارش و نوع ایده هایی که در آن مطرح شده است یک کار شگفت انگیز محسوب می شود[9].

او برای اولین بار با استفاده از زبان ریاضی به بررسی پارادوکس های ممکن در فرآیندهای تصمیم گیری جمعی بر اساس قانون رای اکثریت پرداخت. پدیده هایی که امروز در سایه فرمولبندی جدید در علوم نظری کامپیوتر، بیشتر و بهتر شناخته می شوند. فرض کنید اولویت رای دهندگان در مورد کاندیداها بصورت یک ترتیب جزئی با استفاده از عملگر(>) نشان داده شود. اگر اولویت رای دهنده ی اول بصورت a>b>c باشد، این بدان معنی است که در مقایسه میان a و b، a برنده است. همینطور این رای دهنده، b را به c ترجیح می دهد. بنابراین در این شیوه از رای گیری، اولویت رای دهنده بصورت رتبه هر کاندید نمایش داده می شود.

اگر اولویت رای دهنده دوم بصورت b>c>a و اولویت رای دهنده ی سوم بصورت c>a>b نشان داده شود. در اینصورت کاندید a در مقایسه با b آنرا شکست می دهد. همینطور b، c را شکست می دهد و کاندیدc نیز کاندیدa را شکست می دهد. بنابراین یک حلقه در اولویت بر اساس رای اکثریت ایجاد شده است که به لحاظ منطقی نافی ماهیت مورد انتظار از این شیوه ی رای گیری در انتخاب قاطع یک کاندید می باشد. این پدیده با نام Condorcet Paradox شناخته می شود[9]. او برای اجتناب از بروز چنین رخدادی، الگوی دیگری را برای انتخاب بر اساس رای اکثریت پیشنهاد کرد.

کار او آغازی بود برای بررسی دقیق تر و گسترده تر مدلهای رای گیری که در آنها انتخاب بر اساس تصمیم اکثریت و با پروتکل های مختلف صورت می گیرد[9]. آنچه در این زمینه از دیدگاه دانشمندان علوم کامپیوتر بطور فزاینده ای مورد توجه واقع شده است، فرآیند انتشار اطلاعات و امکان فریب این پروتکل ها و همچنین پیچیدگی محاسباتی اجرای آنان می باشد[10]. در اینجا ما به بررسی و مدلسازی یک فرآیند مشخص یعنی تعیین توازن در یک جامعه در خصوص یک مساله و یا یک کاندید می پردازیم بطوریکه موضع افراد جامعه در برابر این موضوع با یک مجموعه ی دوتایی قابل نمایش است. پیش از آن ناچاریم به معرفی ابزار ریاضی مورد نیاز برای این تحلیل بپردازیم.

توابع Boolean و آنالیز مقدماتی آنان

نقش توابع Boolean و جبر Boolean به عنوان یک واسط میان مدلهای نظری محاسبه و پیاده سازی های عملی آن با استفاده از مدارهای الکترونیکی غیر قابل انکار است. بسادگی می توان در مورد جهانشمول بودن مجموعه ای از توابع مقدماتی Boolean تحقیق نمود. ردیابی مساله K-SAT به عنوان یک NP-Complete، شاهدی بر توانایی جبر Boolean در فرمولبندی خانواده ی وسیعی از مسائل دشوار است[11]. در حالت کلی یک تابع Boolean را بصورت $f:\{0,1\}^n \to \{0,1\}$ تعریف می کنیم وقتیکه f یک بردار دودویی به طول n را به یک مقدار منفرد و یا یک بیت نگاشت می دهد. توابع بولین توانایی بسیار خوبی برای بازنمایی مسائل در دامنه های مختلف دارند. از طراحی مدار گرفته تا تئوری گراف و نظریه کد گذاری[12].

مجله‌ی علمی پژوهش در علوم رایانه ، شماره ۱۸، تابستان ۱۳۹۹، ص ۷۳- ۶۷
ISSN: 2745-3673
http://www.Rcsj.ir

در اینجا بدنبال استفاده از این توابع برای بازنمایی یک مدل جمع آوری رای هستیم که در آن رای جامعه ای متشکل از n نفر در مورد انتخاب یک کاندید از میان دو کاندید بر اساس منطق رای اکثریت بکار می رود. مساله اساسی اینست که چگونه ماهیت غیرخطی رسیدن به پاسخ و عدم امکان تعیین جواب با استفاده از نمونه برداری های محلی، خود را در آنالیز دقیق این پدیده با استفاده از توابع بولین آشکار می سازد.

گزینه های مختلفی برای نمایش ماهیت دودویی مقادیر ورودی و همینطور خروجی این تابع وجود دارد. در اینجا از مجموعه $\{-1,1\}$ برای نمایش این طبیعت دوگانه استفاده خواهیم کرد که به لحاظ تحلیلی موجب تسهیل فرمولبندی مسائل مختلف می شود. یعنی تابع بولین را بصورت زیر نشان می دهیم[12].

$$f:\{-1,1\}^n \to \{-1,1\} \tag{1}$$

بسط فوریه یک تابع بولین را می توان بصورت یک چند جمله ای در نظر گرفت بطوریکه هیج متغیر x_i بصورت مربع و مکعب در آن دیده نمی شود. برای بدست آوردن این نمایش چند جمله ای می توان از الگوریتم زیر استفاده کرد. برای یک تابع دلخواه بولین به فرم $f:\{-1,1\}^n \to \{-1,1\}$ روش مشخصی برای یافتن چند جمله ای بسط فوریه وجود دارد که 2^n مقدار تابع f را درونیابی می کند. برای هر نقطه$a = (a_1, a_2, \dots\dots, a_n)$ چند جمله ای نشانگر رابه فرم زیر تعریف می کنیم[12].

$$1_{\{a\}}(x) = \frac{(1+a_1x_1)}{2} \times \frac{(1+a_2x_2)}{2} \times \dots\dots . \times \frac{(1+a_nx_n)}{2} \tag{2}$$

این چند جمله ای نشانگر برای مقدار $x = a$ برابر با ۱ و برای سایر مقادیر برابر با صفر می باشد. با این توضیح می توان f را بصورت زیر نمایش داد.

$$f(x) = \sum_{a\in\{-1,1\}^n} f(a)\, 1_{\{a\}}(x) \tag{3}$$

می توان بسادگی نشان داد که این شیوه نمایش برای توابع بولین با مقدار حقیقی به فرم$f:\{-1,1\}^n \to R$ نیز قابل استفاده است.با این شیوه ی نمایش از آنجا که با داشتن n متغیر، 2^n مقدار برای وروی متصور است که هر یک متناظر با یک زیر مجموعه از n مقدار ورودی یعنی $[n] = \{1,2,\dots,n\}$ می باشند. اگر برای هر مجموعه، s x^s رابصورت $\prod_{i\in s} x_i$ تعریف کنیم وقتیکه$x^{\emptyset} = 1$ باشد، آنگاه به قضیه اساسی زیر خواهیم رسید.

قضیه ۱[12]: هر تابع $f:\{-1,1\}^n \to R$ را می توان بطور یکتا بصورت یک چند جمله ای به فرم زیر نوشت:

$$f(x) = \sum_{s\subseteq[n]} \widehat{f(s)}\, x^s \tag{4}$$

این عبارت بسط فوریه تابع f خوانده می شود. اعداد حقیقی $\widehat{f(s)}$ راضرائب فوریه تابع f بر روی s می خوانیم. بطور جمعی این ضرائب را طیف فوریه f می نامیم.می توان x^sرا بصورت یک تابع بر روی $x = (x_1, x_2, \dots\dots, x_n) \in R^n$ در نظر گرفت. با این تفسیر خواهیم داشت:

$$\chi_s(x) = \prod_{i\in s} x_i \tag{5}$$

با در نظر گرفتن این رابطه، فرمول بسط فوریه تابع توسعه یافته$f:\{-1,1\}^n \to R$ را می توان بصورت زیر نوشت:

$$f(x) = \sum_{s\subseteq[n]} \widehat{f(s)}\, \chi_s(x) \tag{6}$$

برای استفاده از مجموعه آشنای بولین به فرم $\{0,1\}$ می توان از یک تبدیل مناسب به فرم $\chi: F_2 \to R$ استفاده کردتا شرایط مورد نیاز تابع $f:\{-1,1\}^n \to R$ را تامین کنیم. بااین تبدیل خواهیم داشت:

$$\chi(0) = (-1)^0 = 1, \chi(1) = (-1)^1 = -1 \tag{7}$$

با این مقدمه برای زیر مجموعه $s \subseteq [n]$ متشکل از متغیرهایی که هر کدام می توانند صفر یا یک باشند، خواهیم داشت:

$$\chi_s(x) = \chi_s(x) = \prod_{i\in s} \chi(x_i) = (-1)^{\sum_i x_i} \tag{8}$$

مجلـه‌ی علمی پژوهش در علوم رایانه ، شماره ۱۸، تابستان ۱۳۹۹، ص ۷۳- ۶۷
ISSN: 2745-3673
http://www.Rcsj.ir

با توجه به اینکه هر یک از x_i ها از مجموعه $\{-1,1\}$ انتخاب می شوند و بادر نظر گرفتن فرآیند انکدینگ فوق، در واقع تابع $\chi_s(x)$ تابع توازنی است که Xor میان متغیرهای ورودی را محاسبه می کند.بنابراین اگر بجای زیر مجموعه ای از متغیرها، تابع توازن آنرا بکار بریم، f را می توانیم بصورت یک ترکیب خطی از توابع توازن بر روی اعداد حقیقی نشان دهیم.

$$f = \sum_{s\subseteq[n]} \widehat{f(s)}\chi_s \tag{9}$$

می توان نشان داد که 2^nتابع توازن$\chi_s:\{-1,1\}^n \rightarrow \{-1,1\}$ یک پایه متعامد برای فضای برداری V از توابع $f:\{-1,1\}^n \rightarrow R$ را نشان می دهند بطوریکه:

$$<\chi_s, \chi_t> = \begin{cases} 1 & if\ s = t \\ 0 & if\ s \neq t \end{cases} \tag{10}$$

بنابراین هر زیر مجموعه از متغیرهای$[n]$ را در بسط فوریه می توان بصورت یک جهت در فضای برداری در نظر گرفت که ضریب مورد نظر در آن جهت را با توجه به خصوصیات ضرب برداری می توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\widehat{f(s)} = < f, \chi_s > = E[f(x)\chi_s(x)]\ \ for\ x \sim \{-1,1\}^n \tag{11}$$

تعریف[12]: می گوییم تابع $f:\{-1,1\}^n \rightarrow R$ دارای گرایش یا تمایل نمی باشد، اگر میانگین آن صفر باشد. به این تابع، تابع متعادل هم می گوییم و میانگین آن بصورت زیر محاسبه می شود:

$$E[f] = \Pr[f = 1] - \Pr[f = -1] \tag{12}$$

بنابراین f دارای گرایش نیست اگر و فقط اگر بر روی نصف مقادیر خود دارای مقدار ۱ و بر روی نصف دیگر ورودیها مقدار صفر را اتخاذ کند.

مدلسازی رای گیری با استفاده از توابع بولین

تحقیق در مورد توازن در یک جامعه از اساسی ترین معیارهایی است که در تئوری انتخاب اجتماعی مورد توجه قرار گرفته است. پرسش اساسی اینست که آیا می توان با توجه به نمونه گیریهای محدود در مورد پاسخ این پرسش تحقیق کرد؟ فرمولبندی دیگری از این مساله نیز وجود دارد که در آن تلاش می شود بااستفاده از مکانیزم تکاملی مورد استفاده در یک سیستم پویای گسسته،در مورد توازن الفبای ورودی تحقیق شود.

مساله Density Task اولین بار برای آزمودن توانایی پردازش عمومی اطلاعات با استفاده از اعمال همزمان توابع محلی در اتوماتای سلولی مقدماتی، مطرح گردید[13].اتوماتای سلولی مقدماتی را در حالت یک بعدی می توان با یک آرایه بر روی الفبای دودویی$\{0,1\}$ نشان داد. هدف آنست که با اعمال تابع محلی $f:\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ وقتیکه برای هر سلول در سیستم شعاع همسایگی r در نظر گرفته می شود به تمام سلولها بطور همزمان، بتوان به پیکربندی نهایی رسید که تغالب چگالی صفر یا یک را در پیکربندی اولیه سیستم نشان می دهد.

قضاوت کلی در مورد چگالی صفرها و یکها در پیکربندی اولیه مستلزم در نظر گرفتن سایز کلی سیستم یعنی N است. حال آنکه هر یک از توابع محلی صرفا به پنجره ای با اندازه ی $2r + 1$ دسترسی دارند وقتیکه $r \ll N$. بنابراین اگر بتوان با استفاده از توابع محلی مناسب به مقصود این مساله رسید، می توان به پردازش اطلاعات کلی ناشی از اعمال عملگرها در سیستم اطمینان کرد. همینطور این نتیجه بطور ضمنی از واقعیت سودمند دیگری نیز پرده بر می دارد که آن عبارتست از موازی سازی مساله ای که در آغاز راه حل آن ترتیبی به نظر می رسد.

با وجود اینکه در خصوص توانایی پردازش غیر خطی اتوماتای سلولی خصوصا سیستمهایی که در کلاس IV طبقه بندی می شوند، مطلع هستیم [14] اما می دانیم که تعیین چگالی غالب با استفاده از اعمال همزمان قوانین محلی امکان پذیر نیست[15].

ISSN: 2745-3673
http://www.Rcsj.ir

اینجاست که در فقدان کارایی یک سیستم پویای موازی، توانایی تبدیل فوریه از تابع بولین خودنمایی می کند. اگر برای تشخیص وجود توازن در یک جامعه به معنای عدم تمایل افراد آن به یکی از کاندیدهای A یا Bاز مدلسازی سیستم با استفاده از تابع بولین بهره بگیریم، آنگاه تشخیص توازن در جامعه به مساله تشخیص میانگین تابع بولین تبدیل می شود که اندازه ورودی های تابع در اینحالت برابر با تعداد افراد جامعه است. بدیهی است که در این تابع نتیجه به تعامل همه ی مقادیر ورودی با یکدیگر بستگی دارد و نمی توان متغیر و یا زیر مجموعه ای از متغیرهای ورودی را یافت که در تعیین مقدار خروجی صرفنظر از آگاهی نسبت به سایر مقادیر موثر باشد.

با توجه به تعریف توازن و در نظر گرفتن این واقعیت که هر یک از ضرائب طیف فوریه یک تابع بولین متناظر با احتمال قرار گرفتن تابع در جهت متناظر با متغیرهاست، می توان نشان داد که $E[f]=\widehat{f(\emptyset)}$. اگر به مفهوم نمایش تبدیل فوریه یک تابع بولین بصورت یک ترکیب خطی از پایه های متعامد در فضای برداری توجه کنیم با توجه به مفهوم هر یک از ضرائب و پایه ی برداری متناظر با هر کدام داریم $E[f]=<f,1>=\widehat{f(\emptyset)}$.بنابراین توازن در تابع به معنای صفر بودن جمله $\widehat{f(\emptyset)}$ در بسط فوریه آن می باشد.

بحث و نتیجه گیری

دوگانگی رفتار محلی و عمومی بعنوان یکی از اساسی ترین عوامل ایجاد پیچیدگی در مسائل مختلف شناخته می شود.اگر به ساختار مولد پیچیدگی به عنوان مواجهه با پیچیدگی زمانی که بصورت نمایی با اندازه مساله رفتار می کند، یا پیچدگی های زمانی با رشد بیشتر، توجه کنید بسادگی متوجه خواهید شد که آنچه مانع دستیابی به تصمیم کلی با استفاده از اطلاعات محلی و نمونه برداری های محلی می شود، عدم امکان تعمیم اطلاعات محلی است. به بیان دیگر اگر بخواهیم این پدیده را در چارچوب تئوری یادگیری بررسی کنیم، می توان گفت که در مسائل دشوار از روی مجموعه ی آموزشی نمی توان به یادگیری سودمندی در مورد کل سیستم به معنای کاهش خطا با در نظر گرفتن توزیع کلی، دست یافت[16].

به عنوان یک مثال ساده و گویا از عدم امکان تعمیم نتایج محلی به کلی در مسائل گستاخ می توان به مساله فروشنده دوره گرد پرداخت. برای اینکه بخواهیم شهر بعدی را با شروع از شهر A انتخاب کنیم، آنچه در اختیار ماست فاصله A تا همسایگان خودش می باشد.اما آنچه در نهایت مد نظر است، دور هامیلتونی است که از A شروع می شود و بدان خاتمه می پذیرد.کمینه بودن این دور در حالت کلی بطور ساده ای به یک مفهوم محلی تبدیل نمی شود و این مساله موجب می شود تا کل فضای حالات برای رسیدن به بهترین پاسخ جستجو شود. فضای حالتی که بطور نمایی با تعداد شهرهای موجود در گراف بزرگ می شود[11].

در سایر مسائل دشوار مانندK-SAT برای($K\geq 3$)نیز همین دوگانگی اطلاعات محلی و اطلاعات عمومی دیده می شود. برای ارضا فرمول K-SAT باید بدنبال واگذاریهایی باشیم که یک Clause راارضاء می کنند در حالیکه تعامل و واکنش Clause ها با یکدیگر است که بسادگی قابل ردیابی نمی باشدو پیچیدگی مساله را از حالت چند جمله ای دور و به حالت نمایی نزدیک می کند.

در مساله بررسی توازن در یک جامعه در خصوص یک ایده و یا دو کاندید مختلف، طیف فوریه بسادگی می تواند توازن را در یک جمله نشان دهد. این بدان معنی است که این طیف حاوی اطلاعات کافی برای قضاوت در مورد رفتار عمومی این تابع می باشد. سایر ضرائب بسط فوریه نیز اطلاعات مهمی را در خود ذخیره نموده اند که البته تفسیر آن با توجه به نوع توازن مورد نظر به روشنی تصویر ارائه شده دراینجا نیست. آنچه باقی می ماند بررسی این نکته است که آیا می توان با ارائه ی الگوریتمهای مناسب برای محاسبه جزیی و نه کلی بسط فوریه و دسترسی اختصاصی به جمله $\widehat{f(\emptyset)}$ هزینه رسیدن به پاسخ را کاهش داد؟ بنابراین این دشواری رسیدن به اطلاعات کلی از نمونه های محلی این بار خود را در محاسبه ی کارآمد طیف فوریه تابع متناظر نشان خواهد داد.

ISSN: 2745-3673
http://www.Rcsj.ir

منابع و مراجع

[1] Falkenberg, B., Mprrison, M. (2015). “Why More is Different?.” Springer.

[2] Foote, R. (2007) “Mathematics and Complex Systems.” Science. Vol. 318, No. 5849, PP. 410-412.

[3] Thurner, S., Klimek, P., Hanel, R. (2018) “Introduction to the Theory of Complex Systems.” Oxford University Press.

[4] Wolfram, S. (2002). “A New Kind of Science.” Wolframe Media.

[5] Gallavotti, G., Reiter, W.L., Yngvason, J. (2007). “Boltzmann’s Legacy.” European Mathematical Society.

[6] Tao, T. (2008). “Structure and Randomness.” American Mathematical Society.

[7] Copeland, B. J., Posy, C. J., Shagrir, O. (2013). “Computability: Turing, Godel, Church and Beyond.” MIT Press.

[8] Kari, J. J., Rozenberg, G., Back, T., Kok, J. N. (Eds.) (2012). “Handbook of Natural Computing.” Springer.

[9] Brandt, F., Conitzer, V., Endriss, U., Lang, J., Procaccia, A. D. (2016). “Handbook of Computational Social Choice.” Cambridge University Press.

[10] Birrell, E., Pass, R. (2011). “Approximately Strategy-Proof Voting.” Proceeding of the 22nd International Joint Conference on Artificial Intelligence. July. Barcelona. Spain.

[11] Arora, S., Barak, B. (2009). “Computational Complexity: A Modern Approach.” Cambridge University Press.

[12] Stays, j. (2012). “Boolean Function Complexity: Advances and Frontiers.” Springer.

[13] Capcarrere, M. (2002). “Cellular Automata and Other Cellular Systems: Design & Evolution.” Phd Thesis. ETH.

[14] Boccara, N. (2010). “Modeling Complex Systems.” 2nd Edition. Springer.

[15] Land, M. et al, (1995). “No Perfect Two-State Cellular Automata for Density Classification Task Exists” Physical Review Letters. Vol. 74, PP. 5148-5150.

[16] Mohri, M., Rostamizadeh, A., Talwalkar, A. (2018). “Foundations of Machine Learning.” Second edition. MIT Press.